

Colle 10 deuxième semaine  
Du 8/03 au 12/03

## 1 Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

- Relation de divisibilité, propriétés.
- Relation de congruence, propriétés.
- Division euclidienne, théorème et algorithme. Relation avec la congruence.
- PGCD. Définition, propriétés. Théorème de Bezout (**Hors programme**) et algorithme d'Euclide en photocopié.
- Nombres premiers entre eux. Théorème de Gauss et son corollaire (si  $a|c$  et  $b|c$  et  $\text{pgcd}(a,b)=1$  alors  $ab|c$ ). Forme irréductible d'un rationnel.
- PPCM. Définition, propriétés.  $|ab| = \text{PGCD}(a,b) \times \text{PPCM}(a,b)$ .
- Nombres premiers. Définition. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers (**Admis**). Liens avec le pgcd et le ppcm. Infinité des nombres premiers.

## 2 Polynômes

- Définition comme suite presque nulle. Unicité des coefficients. Définition du degré. **Différence entre polynôme et fonction polynomiale.**
- $(\mathbb{K}[X], +, \times)$  est un anneau commutatif ( $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ). Notation polynomiale :  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k X^k$ , somme, produit, composition.
- Degré d'une somme, d'un produit, d'une composée de deux polynômes.
- Intégrité de  $\mathbb{K}[X]$ .
- Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$ . Division euclidienne. Réalisation effective de telles divisions (révision de CM1 sur les divisions). Divisibilité dans  $\mathbb{R}[X]$  et dans  $\mathbb{C}[X]$ .
- Polynômes irréductibles. Définition, exemples. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs irréductibles (**Admis**).
- Valeur d'un polynôme en un point. Fonction polynomiale associée à un polynôme. Morphisme d'anneaux injectif ( $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ) de  $\mathbb{K}[X]$  dans  $\mathbb{K}^{\mathbb{K}}$ .
- Racines.  $a$  est racine de  $P$  ssi  $(X - a)$  divise  $P$ . Définition de l'ordre de multiplicité. Nombre maximal de racines d'un polynôme.
- Dérivation des polynômes. Somme, produit (Leibniz), composée. Lien avec le degré. Formule de Taylor polynomiale. Lien entre ordre de multiplicité d'une racine et dérivées successives.
- Polynômes scindés. Exemple de  $X^n - 1$ .
- Relation coefficients-racines.
- Polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$  et  $\mathbb{C}[X]$ . Théorème de d'Alembert-Gauss (**Admis**). Conjugaison d'un polynôme.

**Les notions de PGCD et PPCM de polynômes ne sont pas au programme de cette classe.**